Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE**
**TRAITEMENT DE DONNÉES**

**Toutes options**

*Durée : 180 minutes*

---

Matériel autorisé : **Calculatrice**

---

Le sujet comporte 7 pages

---

**Des extraits des tables de la loi normale, de Student et du Khi2 sont fournis en fin de sujet.**

---

# SUJET

**Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à $10^{-2}$ près.**

La stratégie nationale de transition écologique vers un développement durable a identifié quatre enjeux écologiques majeurs dont celui sur la perte accélérée de la biodiversité.
L'état de santé des oiseaux d'eau est souvent un bon indicateur de celui des zones humides qu'ils fréquentent. Leur suivi régulier est donc essentiel pour répondre à un double enjeu de conservation : améliorer la conservation des espèces et des milieux.

## EXERCICE 1 (7 points)

Une étude sur l'évolution des populations d'oiseaux d'eau hivernants (gibiers et protégés) entre 2010 et 2020 en France métropolitaine est réalisée par la LPO France (Ligue de Protection des Oiseaux). Les données annuelles de comptage de chaque espèce sont collectées par un réseau de bénévoles et de professionnels sur un réseau fixe de sites, et selon un protocole standard (Wetlands International et Tour du Valat, 2012).
L'**indice d'abondance** est la valeur permettant d'étudier l'évolution du nombre d'individus de la population, il est fixé à 100 la première année du suivi (Base 100 en 1980).

Le tableau suivant présente les relevés des indices d'abondance des deux groupes d'espèces (protégées et gibiers) de 2010 à 2020.

.

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Indice d'abondance Espèces protégées $y_i$ | 330 | 351 | 365 | 366 | 353 | 378 | 356 | 396 | 370 | 398 | 415 |
| Indice d'abondance Espèces gibiers $z_i$ | 113 | 121 | 129 | 128 | 122 | 117 | 122 | 115 | 109 | 110 | 121 |

La variable statistique $X$ désigne le rang de l'année.

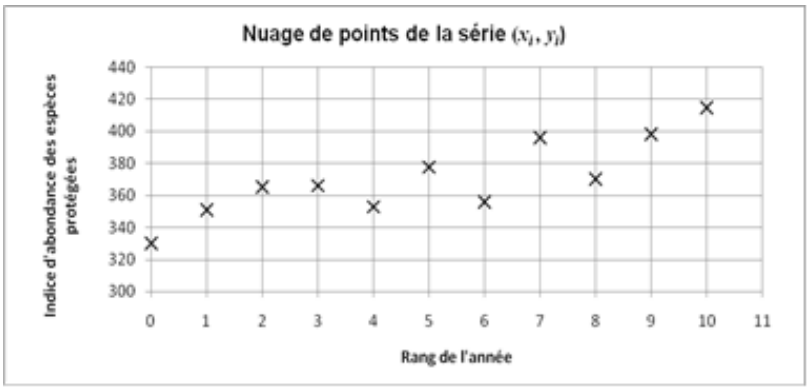
La variable statistique $Y$ désigne l'indice d'abondance des espèces protégées.

La variable statistique $Z$ désigne l'indice d'abondance des espèces gibiers.

***Les parties A et B sont indépendantes***

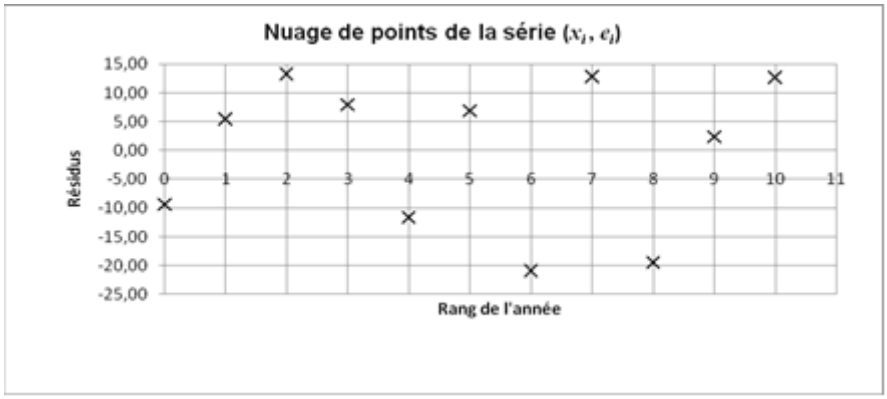
## <u>Partie A</u> : Espèces protégées

Ci-dessous figure le nuage de points de la série $(x_i, y_i)$ :




1. Préciser, en justifiant, si une modélisation du nuage de points par un ajustement affine est ou non pertinente.
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de $Y$ en $X$ .
3. Les résidus de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de $y_i$ obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.

Ci-dessous figure le nuage des résidus de la série.



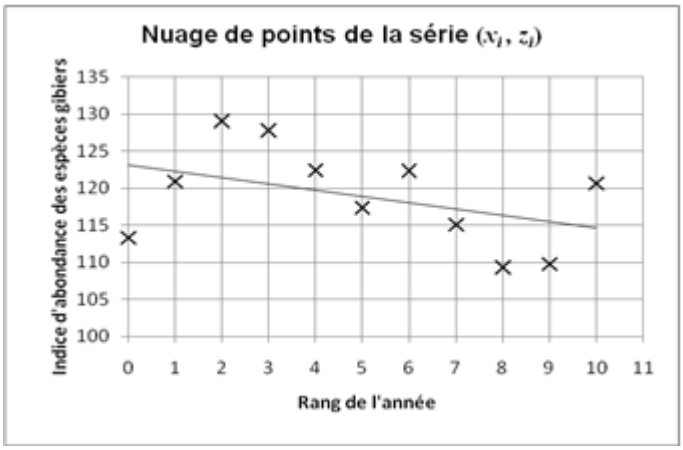

**a.** Retrouver par le calcul la valeur du premier résidu.

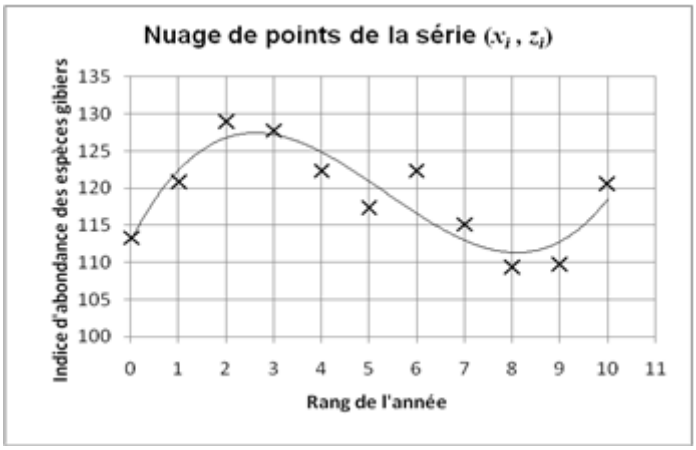
**b.** Ce nuage valide-t-il le choix d'un ajustement affine pour la modélisation du nuage ?

**4.** À l'aide de ce modèle, estimer l'indice d'abondance des espèces protégées en 2024.

## **Partie B : Espèces gibiers**

Ci-après figurent les nuages de points de la série $(x_i, z_i)$ avec deux modélisations proposées :




Résultats calculatrice :

| **Modèle linéaire** | **Modèle polynomial de degré 3** |
|---|---|
| $z = -0{,}82x + 122{,}91$ | $z = 0{,}20x^3 - 3{,}24x^2 + 12{,}73x + 112{,}7$ |
| $r_1^2 \approx 0{,}17$ | $r_2^2 \approx 0{,}81$ |

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE, en justifiant votre réponse.

**Affirmation 1** : Le modèle polynomial de degré 3 est le modèle le plus pertinent.

**Affirmation 2** : On estime que l'indice d'abondance des espèces gibiers en 2024 sera de 180, si la tendance se poursuit.

**Affirmation 3** : La population de gibiers aura tendance à diminuer.

## EXERCICE 2 (3 points)

De 1978 à nos jours, les chercheurs ont pesé et mesuré 70 716 spécimens d'oiseaux et ont constaté une diminution de masse de 2,6 % en moyenne.

Ces chercheurs pensent que l'augmentation des températures entraînerait une réduction de la masse des oiseaux. (www.enviro2b.fr)

Afin de vérifier cette hypothèse, une étude est menée en 2022 sur la bécassine des marais, qui est un oiseau de taille moyenne que l'on retrouve principalement en zones humides.

Après recherches bibliographiques, on note qu'en 1978, la bécassine avait une envergure de 40 à 50 cm pour un poids moyen de 110 grammes.

Après disposition de filets sur le marais de Kervijen, 16 bécassines des marais ont été capturées et pesées avant de les relâcher.

Les résultats obtenus en grammes sont les suivants :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 108 | 104 | 105 | 105 | 106 | 107 | 109 | 103 |
| 110 | 109 | 111 | 102 | 105 | 107 | 109 | 101 |

On admet que cet échantillon est issu d'un échantillonnage aléatoire simple et indépendant.

On admet de plus que la variable aléatoire $X$ désignant la masse d'une bécassine des marais, exprimée en grammes, est une variable aléatoire normale.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de la masse moyenne des bécassines des marais en 2022.
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la masse moyenne des bécassines des marais en 2022 au niveau de confiance 0,95.
3. À partir du résultat précédent, préciser si la baisse de la masse moyenne des bécassines se confirme, comme le supposent les chercheurs.

## EXERCICE 3 (10 points)

L'évaluation nationale des sites humides emblématiques (campagne 2010-2020) permet de suivre l'évolution de ces sites menacés.

Sur 122 sites localisés en littoral, vallées et plaines, l'état d'évolution est relevé (dégradation, stabilité, amélioration).

Un état stable désigne un état dont les caractéristiques structurales du milieu et sa dynamique ne varient pas d'une période à l'autre.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| État d'évolution / Localisation | Dégradation | Stabilité | Amélioration |
|---|---|---|---|
| Littoral | 18 | 29 | 7 |
| Vallées et plaines | 34 | 25 | 9 |

On admet que cet échantillon est issu d'un échantillonnage aléatoire simple et indépendant.

***Les parties A et B sont indépendantes***

## Partie A

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que l'état d'évolution du site dépend de sa localisation ?

## Partie B

On note $p$ la proportion de sites humides qui se sont dégradés entre 2010 et 2020 en France.

**1.** Justifier qu'une estimation ponctuelle de la proportion $p$ est d'environ 0,426.

**2.** Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion $p$ au niveau de confiance 0,95.

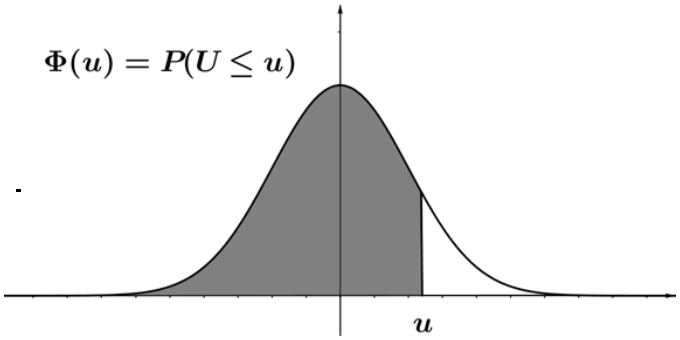
**3.** L'année suivante, une étude complète de tous les sites humides est réalisée.
Celle-ci permet de déterminer que la proportion de sites humides en France qui se sont dégradés entre 2010 et 2020 est de 0,41.
On appelle $X$ la variable aléatoire, qui à chaque échantillon de 20 sites humides associe le nombre de sites dégradés.

**a.** Déterminer la loi de la variable aléatoire $X$. Justifier.

**b.** Calculer $P(X \geq 10)$.

**c.** Un article publié dans une revue naturaliste déclare : « Pour chaque échantillon de 20 sites humides, il est établi que, plus d'une fois sur quatre, au moins la moitié des sites sont dégradés. » Discuter de la pertinence de cette information en justifiant votre réponse.

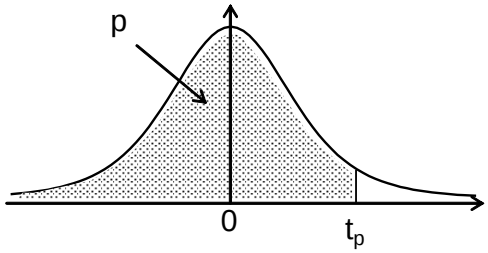
**Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite**




| u | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| **0,1** | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| **0,2** | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| **0,3** | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| **0,4** | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| **0,5** | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| **0,6** | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| **0,7** | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| **0,8** | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| **0,9** | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| **1,0** | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| **1,1** | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| **1,2** | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| **1,3** | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| **1,4** | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| **1,5** | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| **1,6** | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| **1,7** | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| **1,8** | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| **1,9** | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| **2,0** | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

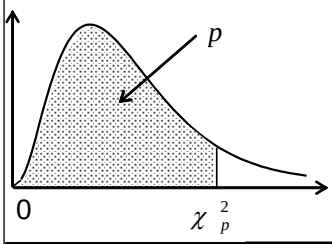
Valeurs $t_p$ telles que Prob($T \leq t_p$) = p




| k \ p | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,99 | 0,995 | 0,999 | 0,9995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,08 | 6,31 | 12,71 | 31,82 | 63,66 | 318,29 | 636,58 |
| 2 | 1,89 | 2,92 | 4,30 | 6,96 | 9,92 | 22,33 | 31,60 |
| 3 | 1,64 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,21 | 12,92 |
| 4 | 1,53 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 1,48 | 2,02 | 2,57 | 3,36 | 4,03 | 5,89 | 6,87 |
| 6 | 1,44 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,41 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,41 |
| 8 | 1,40 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04 |
| 9 | 1,38 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,37 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,36 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,02 | 4,44 |
| 12 | 1,36 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,35 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,35 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,34 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 16 | 1,34 | 1,75 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 3,69 | 4,01 |
| 17 | 1,33 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,97 |
| 18 | 1,33 | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,61 | 3,92 |
| 19 | 1,33 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | 3,88 |
| 20 | 1,33 | 1,72 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs $\chi^2_p$ telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$




| k \ p | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,02 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| 2 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,60 |
| 3 | 0,07 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 12,84 |
| 4 | 0,21 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 14,86 |
| 5 | 0,41 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 16,75 |
| 6 | 0,68 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 18,55 |
| 7 | 0,99 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 | 20,28 |
| 8 | 1,34 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 21,95 |
| 9 | 1,73 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 23,59 |
| 10 | 2,16 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 | 25,19 |