SESSION 2020
Métropole - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 5 pages

EXERCICE 1 .... **5 points**
EXERCICE 2 .... **5 points**
EXERCICE 3 .... **5 points**
EXERCICE4 .... **5 points**

Les tables de la loi normale et de la loi du KHI 2 sont fournies en annexe

---

SUJET

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près

<u>EXERCICE 1</u> (5 points)

Un horticulteur, producteur de muguet, a constaté la présence d'un parasite, la chenille d'hépiale, dans l'une de ses serres.

Partie A

Afin d'estimer la proportion p des plants de cette serre qui sont attaqués par le parasite, il prélève un échantillon aléatoire de 150 plants et constate que 13 d'entre eux ont été attaqués. On admet que la taille de cet échantillon est petite devant celle de la population des plants de cette serre pour assimiler ce tirage à un tirage avec remise.

Déterminer une estimation de p par intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95.

Partie B

Dans cette partie, on suppose que la proportion p des plants de cette serre qui sont attaqués par le parasite est égale à 0,09.

1. Pour un échantillon aléatoire et simple de 200 plants, on note X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille 200, associe le nombre de plants de l'échantillon qui ont été attaqués.

 a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

 b. En déduire la probabilité $P(X \geq 20)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. On considère F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille 200, associe la proportion de plants de l'échantillon qui ont été attaqués.

   a. Justifier que la loi de F peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.

   b. Déterminer la probabilité que moins de 12 % des plants soient attaqués.

<u>EXERCICE 2</u> (5 points)

Le magasin de vente propose des compositions de un à trois brins à partir de muguets classés par catégories 0, 1 ou 2 qui définit son stade de floraison (0 peu fleuri à 2 bien fleuri).

On définit ainsi deux variables aléatoires :

X qui, à chaque composition prise au hasard, associe le nombre de brins de celle-ci ;

Y qui, à chaque composition prise au hasard, associe son stade de floraison.

Une étude sur les ventes des années précédentes a permis d'obtenir un modèle présenté dans le tableau ci-dessous :

X \ Y	0	1	2
1	0,06	0,08	0,10
2	0,11	0,15	0,14
3	0,13	0,18	0,05

1. Vérifier que le tableau ci-dessus est bien celui de la loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires.
2. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier.
3. Le gérant du magasin décide de vendre 10 € la composition constituée d'un brin, 13 € celle constituée de deux brins et 16 € celle constituée de trois brins. Le coût pour une composition est estimé à 2 € le brin indépendamment de sa floraison.

   Soit Z la variable aléatoire désignant le gain réalisé par la vente d'une composition.

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable Z.

   b. Déterminer l'espérance de Z et interpréter sa valeur dans le contexte de l'exercice.

<u>EXERCICE 3</u> (5 points)

Une partie des muguets cultivés est consacrée à produire des essences de parfum. Le producteur dispose de deux variétés de muguet : une à fleurs blanches et une à fleurs roses. Leur parfum peut être qualifié soit de très intense, soit de peu intense.

Un client parfumeur en visite dans l'exploitation a humé 60 brins à fleurs blanches parmi lesquels 22 avaient un parfum très intense, puis 45 brins à fleurs roses parmi lesquels 19 avaient un parfum peu intense.

Peut-on affirmer, au seuil de risque 0,05, que l'intensité du parfum dépend de la couleur du muguet ?

<u>EXERCICE 4</u> (5 points)

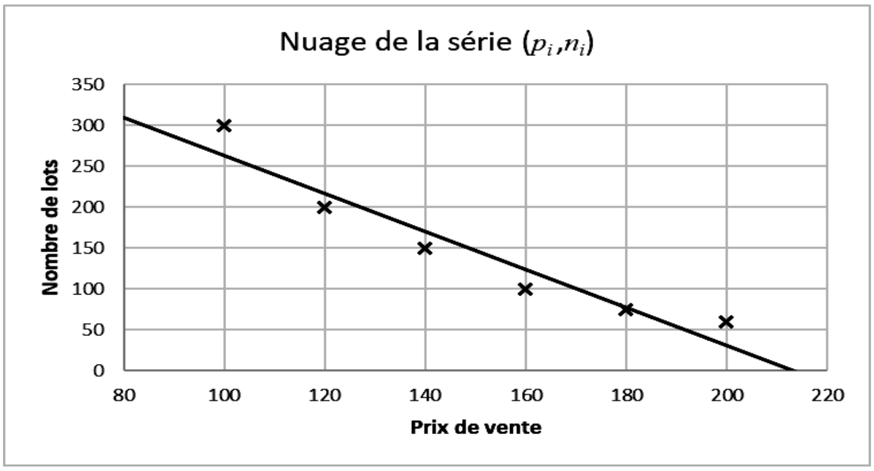
Le producteur a inventé un nouveau mode de conditionnement pour la vente en gros de lots de 100 brins de muguet. Il a ensuite réalisé une enquête auprès de ses clients grossistes pour estimer le nombre de lots qu'il pourrait leur vendre en fonction du prix de vente qu'il aura fixé.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

La variable statistique P désigne le prix de vente proposé pour un lot de 100 brins et la variable statistique N désigne le nombre de lots potentiellement vendus au prix P.

i	1	2	3	4	5	6
p_i	100	120	140	160	180	200
n_i	300	200	150	100	75	60

1. Un premier modèle linéaire entre les variables P et N a été déterminé par la méthode des moindres carrés. L'équation de la droite est $n = -2,32p + 496$ et le coefficient de corrélation linéaire est égal à -0,957.



Donner deux arguments en faveur du rejet de ce modèle.

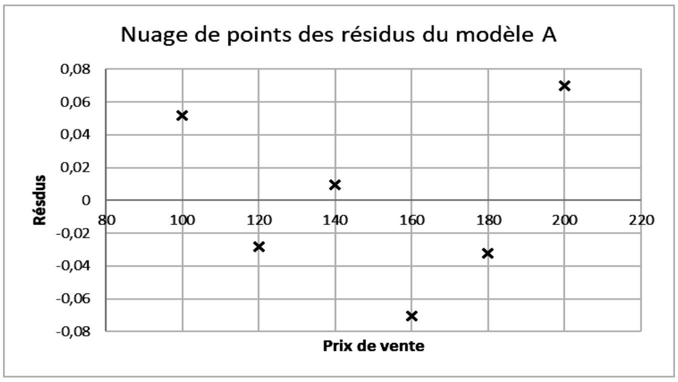
2. Pour tout entier i de 1 à 6, on pose $y_i = \ln(n_i)$ et $z_i = \dfrac{1}{n_i}$.

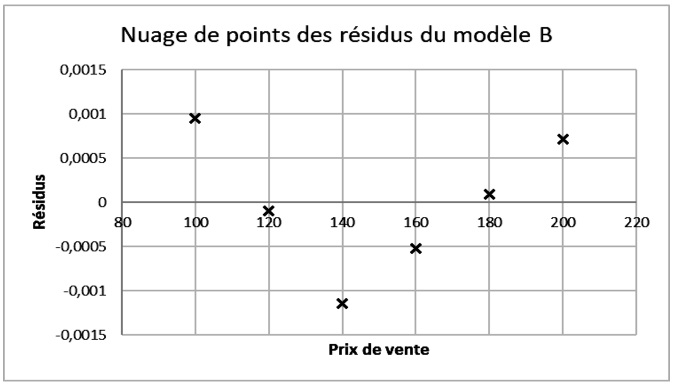
On définit alors deux nouveaux modèles :

Le modèle A qui correspond à un ajustement affine entre les variables P et Y où $Y = \ln(N)$.

Le modèle B qui correspond à un ajustement affine entre les variables P et Z où $Z = \dfrac{1}{N}$.

Voici les représentations graphiques des nuages de points des résidus des 2 modèles :



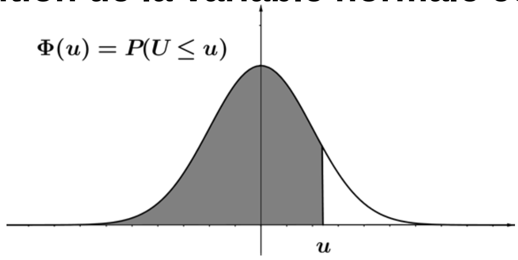


a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire
- entre les variables P et Y ;
- entre les variables P et Z.

b. À l'aide de l'ensemble des informations obtenues, expliquer pourquoi la relation la plus adaptée est $n = e^{-0,016p+7,28}$.

c. À l'aide de ce modèle, si le producteur décide de vendre ses lots au prix de 130 €, quel devrait être son chiffre d'affaires ?

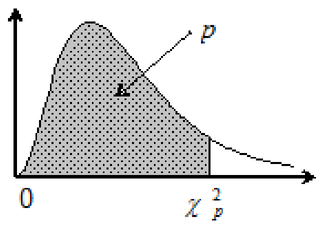
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

Valeurs de χ_p^2 **telles que** $Prob(\chi^2 \leq \chi_p^2) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75